

# **Лекция №2**

## **Нечеткие множества и нечеткая логика**

---

**Основные понятия**

# Термин "нечеткая логика"



В узком смысле **нечеткая логика** — это логическое исчисление, являющееся расширением многозначной логики.

В широком смысле **нечеткая логика** равнозначна теории нечетких множеств.

# Термин "*нечеткая логика*"



Впервые термин **нечеткая логика** (**fuzzy logic**) был введен **Лотфи Аскер Заде** в 1965 году в работе “Нечеткие множества” в журнале “Информатика и управление”.

# Характеристическая функция



Пусть  $U$  — так называемое универсальное множество, из элементов которого образованы все остальные множества, рассматриваемые в данном классе задач, например множество всех целых чисел, множество всех гладких функций и т.д.

Характеристическая функция множества  $A \subseteq U$  — это функция  $\mu_A$ , значения которой указывают, является ли  $x \in U$  элементом множества  $A$ :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A, \\ 0, & \text{если } x \notin A. \end{cases}$$

# Функция принадлежности



*Нечеткие множества* есть естественное обобщение обычных множеств, когда мы отказываемся от бинарного характера этой функции и предполагаем, что она может принимать любые значения на отрезке  $[0,1]$ .

В теории *нечетких множеств* характеристическая функция называется **функцией принадлежности**, а ее значение  $\mu_A(x)$  — **степенью принадлежности** элемента  $x$  нечеткому множеству  $A$ .

Функцию принадлежности, как и всякую функцию, можно задавать таблично или аналитически.

# Функция принадлежности



Вид функции принадлежности может быть абсолютно произвольным.

Основные виды:



Z - функция



П - функция



Л - функция



S - функция

# Нечеткое множество



Более строго, *нечетким множеством*  $A$  называется совокупность пар

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x) \rangle \mid x \in U \},$$

где  $\mu_A$  — функция принадлежности, т.е.  $\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$ .

# Пример



$$U = \{a, b, c, d, e\}$$

$$A = \{\langle a, 0 \rangle, \langle b, 0.1 \rangle, \langle c, 0.5 \rangle, \langle d, 0.9 \rangle, \langle e, 1 \rangle\}$$

- $a$  не принадлежит множеству  $A$ ,
- $b$  принадлежит ему в малой степени,
- $c$  более или менее принадлежит,
- $d$  принадлежит в значительной степени,
- $e$  является элементом множества  $A$ .



# Лингвистическая переменная

---



*Лингвистическую переменную* можно определить как переменную, значениями которой являются не числа, а слова или предложения естественного (или формального) языка.

# Пример

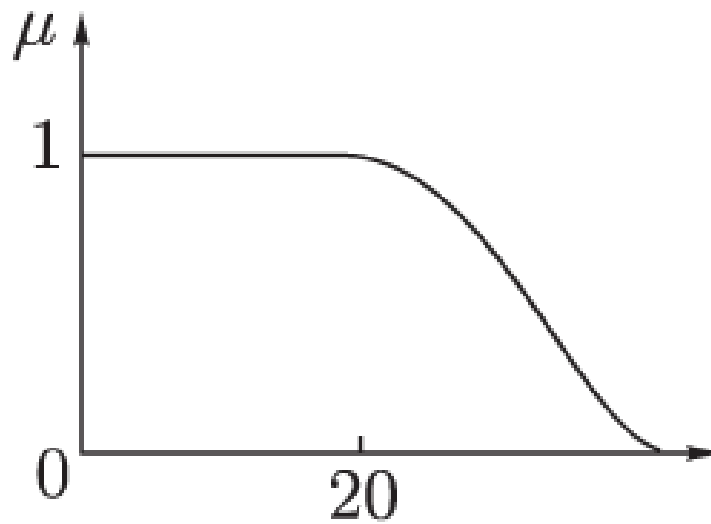


Лингвистическая переменная **"возраст"** может принимать следующие значения:

- **"очень молодой"**,
- **"молодой"**,
- **"среднего возраста"**,
- **"старый"**,
- **"очень старый"**
- и др.

Ясно, что переменная **"возраст"** будет обычной переменной, если ее значения — точные числа; лингвистической она становится, будучи использованной в нечетких рассуждениях человека.

# «молодой»



# Недостатки нечетких систем



- ✓ отсутствие стандартной методики конструирования нечетких систем;
- ✓ невозможность математического анализа нечетких систем существующими методами;
- ✓ применение нечеткого подхода по сравнению с вероятностным не приводит к повышению точности вычислений.

# Терм-множество

---



**Терм–множеством** (term set) называется множество всех возможных значений лингвистической переменной.

**Термом** (term) называется любой элемент терм–множества.

В теории нечетких множеств терм формализуется нечетким множеством с помощью функции принадлежности.

# Пример



Рассмотрим переменную **"скорость автомобиля"**, которая оценивается по шкале **"низкая"**, **"средняя"**, **"высокая"** и **"очень высокая"**.

В этом примере лингвистической переменной является **"скорость автомобиля"**, термами - лингвистические оценки **"низкая"**, **"средняя"**, **"высокая"** и **"очень высокая"**, которые и составляют терм-множество.

# Строгое определение



*Лингвистическая переменная* задается пятеркой  
 $(x, T, U, G, M)$ , где

- $x$  – имя переменной;
- $T$  – терм-множество, каждый элемент которого (терм) представляется как нечеткое множество на универсальном множестве  $U$ ;
- $G$  – синтаксические правила, часто в виде грамматики, порождающие название термов;
- $M$  – семантические правила, задающие функции принадлежности нечетких термов, порожденных синтаксическими правилами  $G$ .

# Пример



Рассмотрим лингвистическую переменную с именем  $x$  = "температура в комнате".

Тогда оставшуюся четверку  $(T, U, G, M)$  можно определить так:

- универсальное множество –  $U=[5, 35]$ ;
- терм-множество –  $T=\{\text{"холодно"}, \text{"комфортно"}, \text{"жарко"}\}$  с функциями принадлежностями ( $u \in U$ ):

$$\mu_{\text{"холодно"}}(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-10}{7}\right)^{12}}$$

$$\mu_{\text{"комфортно"}}(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-20}{3}\right)^6}$$

$$\mu_{\text{"жарко"}}(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-30}{6}\right)^{10}}$$



# Пример



- ✓ синтаксические правила  $G$ , порождающие новые термы с использованием квантификаторов "не", "очень" и "более-менее";
- ✓ семантические правила  $M$ , в виде таблицы.

Квантификатор	Функция принадлежности ( $u \in U$ )
не $t$	$1 - \mu_t(u)$
очень $t$	$(\mu_t(u))^2$
более-менее $t$	$\sqrt{\mu_t(u)}$

# Пример

