

Лекция №4
**Нечеткие множества и
нечеткая логика**

Фаззификация



Фаззификация (fuzzification) – процедура нахождения значений функций принадлежности нечетких множеств (термов) на основе обычных (четких) исходных данных.

Фаззификацию еще называют процедурой введения нечеткости.

Фаззификация – преобразование исходных числовых физических величин в распределения, соответствующие термам лингвистической переменной. При этом каждое числовое значение описывается одним или несколькими термами, причем его степень соответствия терму задается как степень принадлежности нечеткого множества.

Фаззификация



Целью этапа фаззификации является установление соответствия между конкретным (обычно численным) значением входной переменной системы нечёткого вывода и значением функции принадлежности соответствующего ей термина входной лингвистической переменной.

После завершения этого этапа для всех входных переменных должны быть определены конкретные значения функций принадлежности по каждому из лингвистических термов.

На этапе фаззификации происходит определение (введение) нечёткости. Каждому конкретному значению отдельной входной переменной системы нечёткого вывода ставится в соответствие значение функции принадлежности соответствующего ей термина входной лингвистической переменной.

Фаззификация



Для иллюстрации этапа фаззификации рассмотрим следующий пример.

Пусть входная лингвистическая переменная – **температура пара на выходе из котла**.

Рассмотрим процесс фаззификации следующих трех нечетких высказываний:

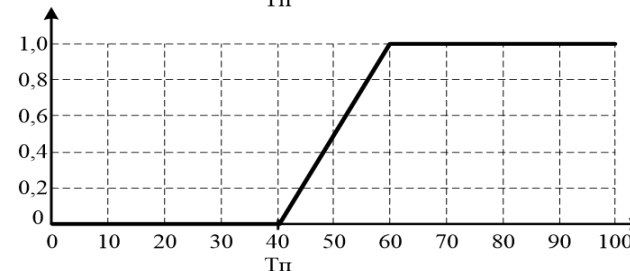
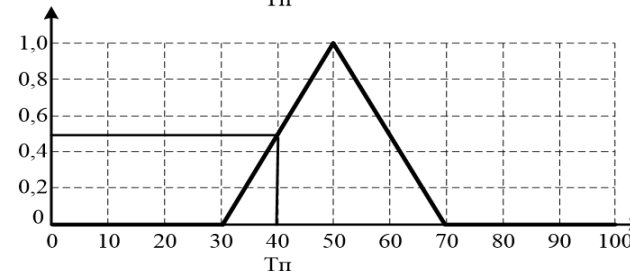
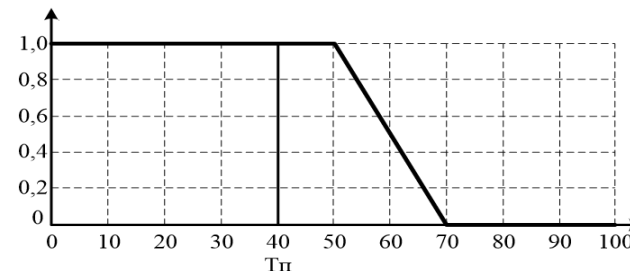
- температура пара **низкая**;
- температура пара **средняя**;
- температура пара **высокая**.

Фаззификация

Пусть температура пара равна $T_{п} = 40^{\circ}\text{C}$.

Таким образом, при фаззификации получаем степени истинности элементарных нечетких высказываний:

- температура пара низкая – **1**;
- температура пара средняя – **0,47**;
- температура пара высокая – **0**.



Агрегирование



Агрегирование представляет собой процедуру определения степени истинности условий по каждому из правил системы нечеткого вывода.

При этом используются полученные на этапе фаззификации значения функций принадлежности термов лингвистических переменных.

Если условие нечеткого продукционного правила является простым нечетким высказыванием, то степень его истинности соответствует значению функции принадлежности соответствующего термина лингвистической переменной.

Если условие представляет составное высказывание, то степень истинности сложного высказывания определяется на основе известных значений истинности составляющих его элементарных высказываний при помощи нечетких операций.

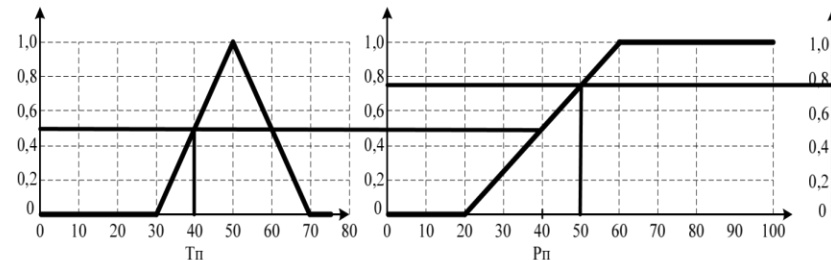
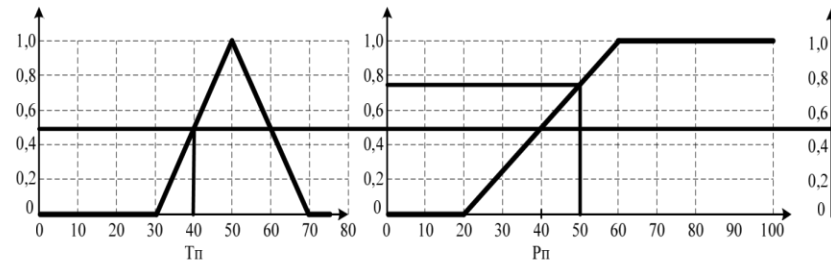
Агрегирование

Для иллюстрации этапа агрегирования рассмотрим следующий пример ($T_n = 40^\circ\text{C}$, $P_n = 50 \text{ кг/ч}$).

Первое нечеткое высказывание: «температура пара средняя» и «расход пара низкий».

Второе нечеткое высказывание: «температура пара средняя» или «расход пара низкий».

Тогда агрегирование первого нечеткого высказывания дает в результате число **0,47**, а агрегирование второго нечеткого высказывания дает в результате число **0,78**.



Активизация



Активизация в системах нечеткого вывода – это процедура или процесс нахождения степени истинности каждого из элементарных логических высказываний (подзаключений).

Поскольку заключения делаются относительно выходных лингвистических переменных, то степеням истинности элементарных подзаключений при активизации ставятся в соответствие элементарные функции принадлежности.

Если заключение нечеткого продукционного правила является простым нечетким высказыванием, то степень его истинности равна алгебраическому произведению весового коэффициента и степени истинности условия данного нечеткого продукционного правила.

Активизация



Если весовые коэффициенты продукционных правил не указаны явно на этапе формирования базы правил, то их значения по умолчанию равны единице.

Функции принадлежности каждого из элементарных подзаключений консеквентов всех продукционных правил находятся при помощи одного из методов нечеткой композиции:

- **min-активизация** – $\mu'(y) = \min\{c_i, \mu(y)\}$
- **prod-активизация** – $\mu'(y) = c_i \cdot \mu(y)$
- **average-активизация** – $\mu'(y) = 0.5(c_i + \mu(y))$

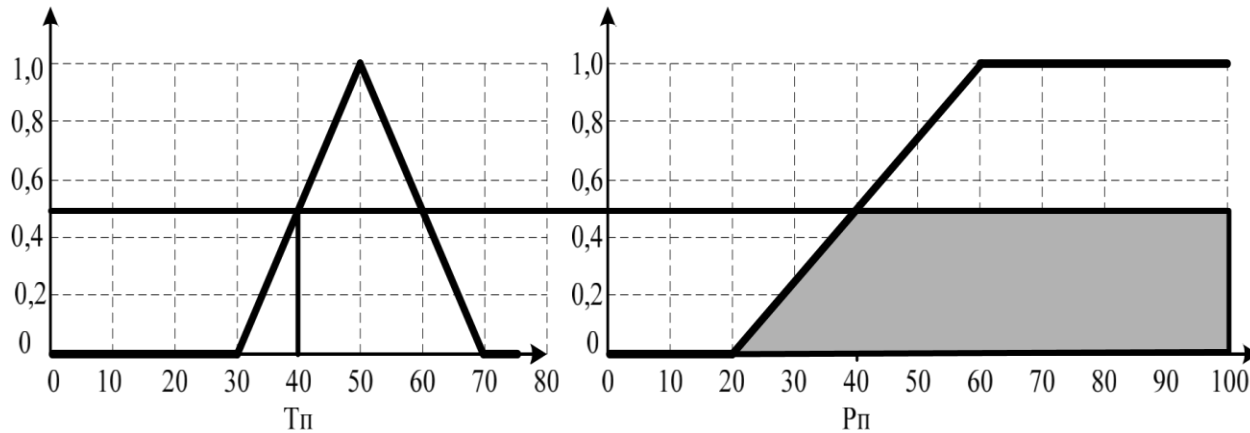
где множество $C = (c_1, c_2, \dots, c_q)$ – множество степеней истинности для каждого из правил; q – общее количество подзаключений в базе правил; $\mu(x)$ – функция принадлежности терма, который является значением некоторой выходной переменной из универсума.

Активизация

На рисунке приведен пример процесса активизации заключения в правиле нечеткой продукции:

ЕСЛИ «температура пара средняя» **ТО** «расход пара низкий».

В данном случае входной лингвистической переменной является нечеткое высказывание: «температура пара средняя», а выходной лингвистической переменной: «расход пара низкий».

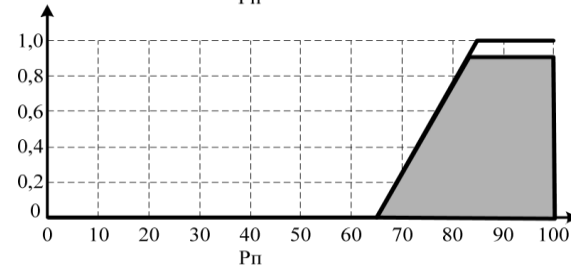
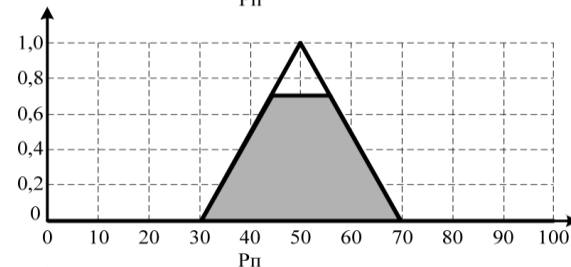
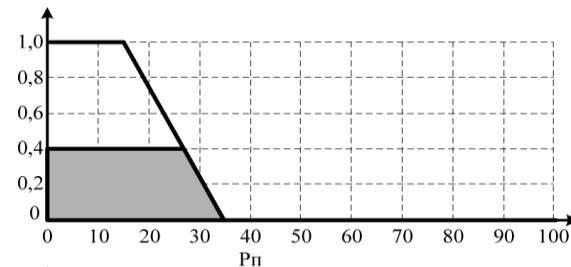


Аккумуляция

Аккумуляция – это процесс нахождения функции принадлежности для каждой из выходных лингвистических переменных.

Для иллюстрации данного этапа рассмотрим пример аккумуляции заключения для выходной лингвистической переменной «расход пара».

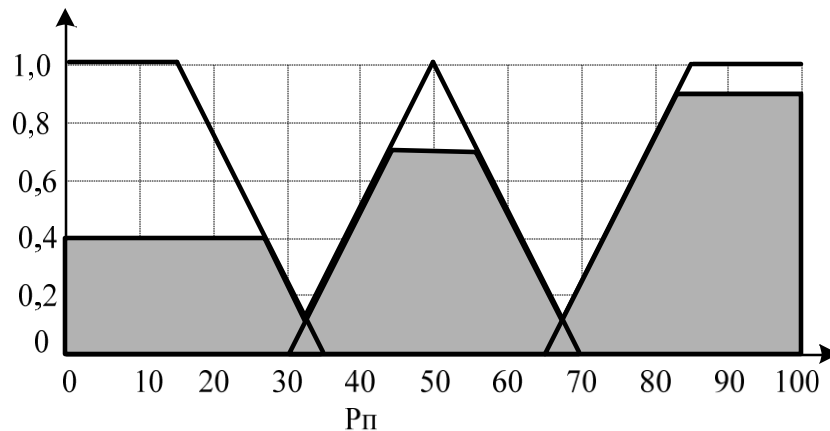
Пусть функции принадлежности нечетких множеств имеют следующий вид, показанный на рисунке.



Аккумуляция

Целью этапа аккумуляции является объединение всех степеней истинности подзаклучений для получения функции принадлежности каждой из выходных переменных.

Следовательно, результирующая функция принадлежности для выходной лингвистической переменной «расход пара» имеет вид, представленный на рисунке.



Дефаззификация



Дефаззификация в системах нечеткого вывода – это процесс перехода от функции принадлежности выходной лингвистической переменной к её четкому (числовому) значению.

Цель дефаззификации заключается в том, чтобы, используя результаты аккумуляции всех выходных лингвистических переменных, получить количественное значение каждой из выходных переменных, которое может быть использовано исполнительными механизмами системы, внешними по отношению к системе нечеткого вывода.

Дефаззификация



Этап дефаззификации считается законченным, когда для каждой из выходных лингвистических переменных будут определены итоговые количественные значения в виде некоторого действительного числа, т.е. в виде:

$$y_1, y_2, \dots, y_s,$$

где s общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода.

Дефаззификация



Для выполнения численных расчетов на этапе дефаззификации могут быть использованы следующие методы:

- ✓ **Метод центра тяжести**
- ✓ **Метод центра площади**
- ✓ **Метод левого модального значения**
- ✓ **Метод правого модального значения**

Метод центра тяжести



Этот метод приведения к чёткости называется центроидным и рассчитывается по следующей формуле:

$$y = \frac{\int_{min}^{max} x\mu(x)dx}{\int_{min}^{max} \mu(x)dx}$$

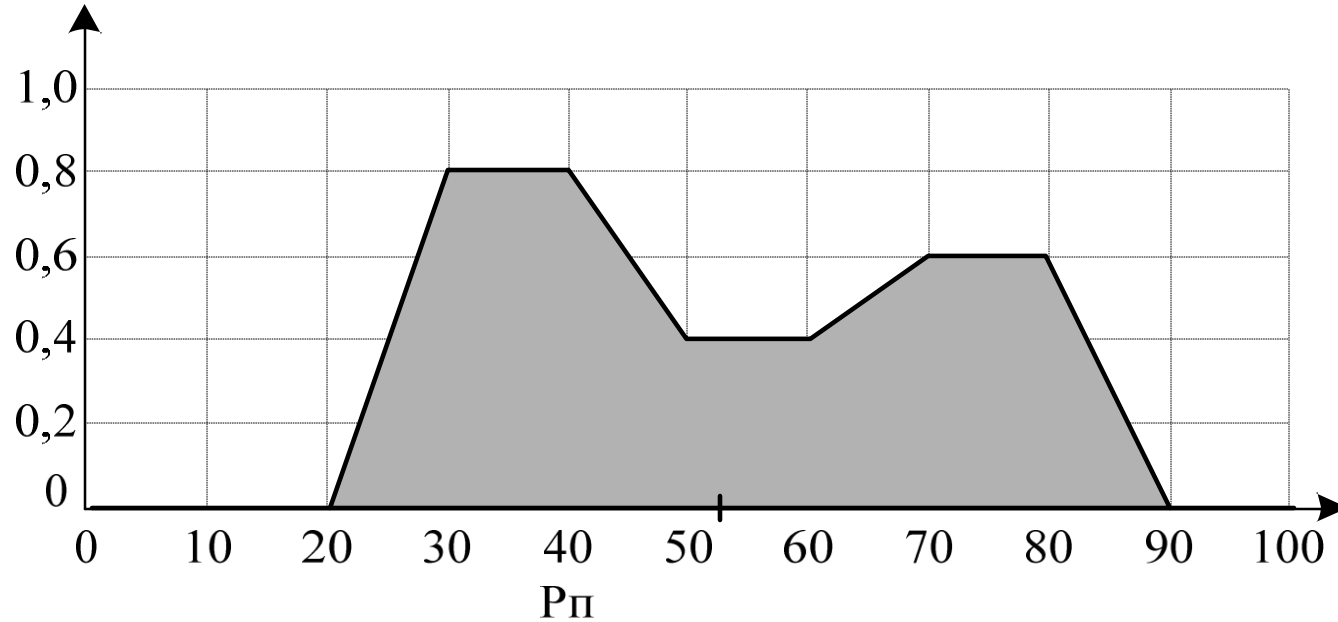
переменная y – результат дефаззификации;

x – переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной и принимающая значения от $x = \mathit{min}$ до $x = \mathit{max}$;

min и max – левая и правая точки интервала носителя нечёткого множества;

$\mu(x)$ – функция принадлежности нечёткого множества.

Метод центра тяжести



Результат дефаззификации в этом случае $y \approx 53$ кг/ч

Метод центра тяжести



Для одноточечных множеств метод центра тяжести рассчитывается по формуле:

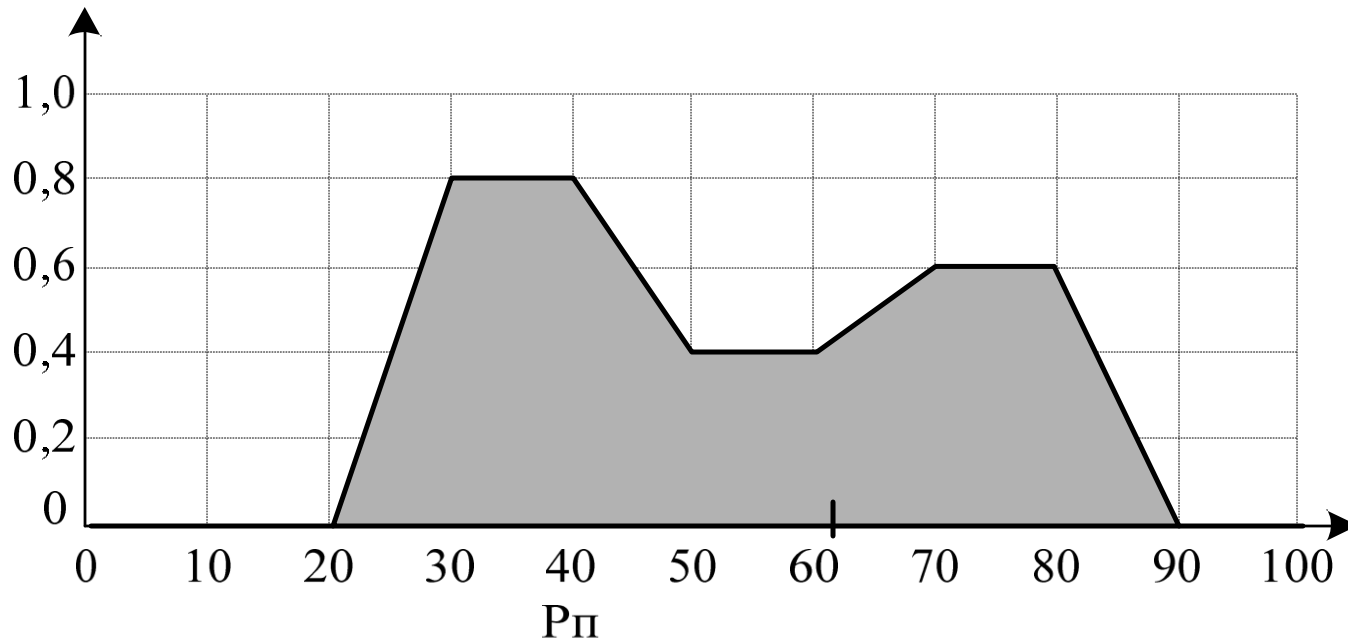
$$y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \mu(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)}$$

переменная y – результат дефаззификации;

n – число одноточечных нечётких множеств, каждое из которых характеризует единственное значение рассматриваемой выходной лингвистической переменной;

$\mu(x)$ – функция принадлежности нечёткого множества.

Метод центра тяжести



Результат дефаззификации в этом случае $y \approx 62$ кг/ч

Метод центра площади



Этот метод приведения к чёткости называется методом биссектрисы площади и рассчитывается по следующей формуле:

$$\int_{y_{min}}^u \mu(x) dx = \int_u^{y_{max}} \mu(x) dx,$$

где биссектриса площади $y = u$.

Если рассмотреть пример дефаззификации методом центра площади функции принадлежности выходной лингвистической переменной «расход пара» при тех же исходных параметрах, то результат дефаззификации в этом случае $y \approx 55$ кг/ч

Методы левого и правого модального значения



Левое модальное значение определяется по формуле:

$$y = \min \{x_m\},$$

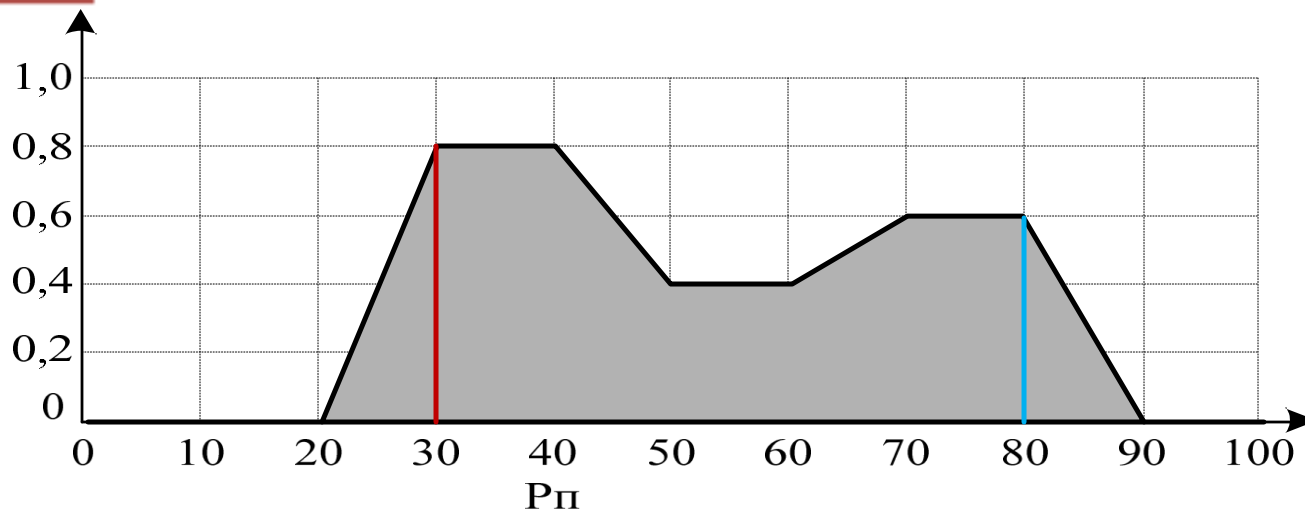
где x_m – модальное значение (наименьшая из мод, самая левая) значение нечёткого множества.

Правое модальное значение рассчитывается по формуле:

$$y = \max \{x_m\},$$

где x_m – модальное значение (наибольшая из мод, самая правая) значение нечёткого множества.

Методы левого и правого модального значения



Если рассмотреть пример дефаззификации методами левого и правого модального значения функции принадлежности выходной лингвистической переменной «расход пара» при тех же исходных параметрах, то результат дефаззификации в этом случае соответственно $y \approx 30$ кг/ч (левое) и $y \approx 80$ кг/ч (правое)